

# 平成 25 年度前期 力学 (宗像) 試験問題

解答用紙 (A3) 1 枚 (両面記入可) に氏名・学籍番号と解答を記入して提出すること。解答用紙は必ず 1 枚にまとめよ。

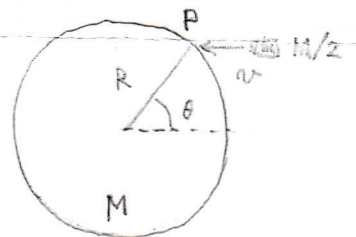
問 1. 単位ベクトル  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  の間のベクトル積を用いて以下の問に答えよ。

- (1) 位置ベクトルを  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ 、運動量ベクトルを  $\mathbf{p} = p_x\mathbf{i} + p_y\mathbf{j} + p_z\mathbf{k}$  とするとき、角運動量  $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  の三成分  $l_x, l_y, l_z$  を求めよ。
- (2) 力を  $\mathbf{F} = F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j} + F_z\mathbf{k}$  とするとき、力のモーメント  $\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$  の三成分  $N_x, N_y, N_z$  を求めよ。
- (3) 運動方程式  $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$  を用いて、 $d\mathbf{l}/dt = \mathbf{N}$  が成り立つことを示せ。

問 2. 質量  $m$  の質点がばね定数  $k$  のばねにつながれ、水平方向に単振動している。この質点の位置が  $x = C \sin(\omega t + \phi)$  ( $C, \phi$  は任意定数、 $\omega = \sqrt{k/m}$ ) で与えられる時、以下の問に答えよ。ただし、 $t = 0$  で  $x = a$ 、 $v = 0$  とする。

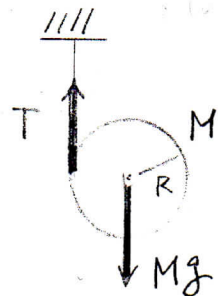
- (1)  $C, \phi$  を求めよ。
- (2) 全エネルギー  $E = m\dot{x}^2/2 + kx^2/2$  が、時間に依らない定数であることを示せ。

問 3. 中心軸周りに自由に回転できる質量  $M$ 、半径  $R$  の一様な円板 (中心軸周りの慣性モーメントは  $MR^2/2$ ) が静止している。図のように、この円板側面上の点  $P$  に質量  $M/2$  の弾丸が速度  $v$  で水平に入射し、衝突後に弾丸と円板は一体となって回転を始めた。以下の問に答えよ。ただし重力の影響は無視せよ。



- (1) 衝突前に弾丸が持っていた、円板の中心軸まわりの角運動量はいくらか?
- (2) 衝突後、軸周りに回転する系全体 (円板 + 弾丸) の角速度はいくらか?
- (3) 衝突後のエネルギーが、弾丸が衝突前に持っていた運動エネルギーより減少している事を示せ。

問 4. 質量  $M$ 、半径  $R$  の一様な円板に糸を巻きつけ、糸を鉛直にして端を固定する。静かに手をはなして円板を落下させたところ、糸は円板を滑らずに円板が回転しながら落下した。重力加速度を  $g$ 、円板の慣性モーメントを  $I = MR^2/2$  として以下の問に答えよ。



- (1) 重心運動と回転運動の運動方程式を書け。
- (2) 上の運動方程式を解いて、円板の重心の加速度と張力の大きさを求めよ。
- (3) 全エネルギー  $E = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_G^2 - Mgz_G$  が保存することを示せ。ただし、 $\omega$  は円板の角速度、 $z_G$  と  $v_G$  はそれぞれ下向きにはかった重心の位置と速度とする。